corRattrapage Optimisation

Ni documents, ni machines, ni téléphones

1 heure

Exercice 1. La meilleure politique de transport (environ 6 pts)

On considère une entreprise qui possède 3 dépôts D1, D2, D3 et 3 magasins M1, M2, M3

les stocks des dépôts sont $\begin{array}{ll} D1 & 4 \\ D2 & 3 \\ D3 & 3 \end{array}$

les besoins des magasins sont $\begin{array}{ll} M1 & 2 \\ M2 & 2 \\ M3 & 6 \end{array}$

les coûts unitaires de transport entre ces dépôts et les magasins sont $\begin{array}{llll} & M1 & M2 & M3 \\ D1 & 7 & 8 & 5 \\ D2 & 3 & 7 & 2 \\ D3 & 9 & 5 & 10 \end{array}$

Le fils du patron propose d'organiser les expéditions comme suit $\begin{array}{llll} & M1 & M2 & M3 \\ D1 & 0 & 0 & 4 \\ D2 & 2 & 0 & 1 \\ D3 & 0 & 2 & 1 \end{array}$.

Répondez , en justifiant votre réponse, à la seule question :

Est-ce que cette solution assure un coût de transport optimal ?

Solution.

1) rapide; vous avez la chance de trouver une solution de coût plus faible; dans ce cas celle qui est proposée n'est pas optimale

2) méthodique:

comme cette solution n'est pas dégénrée, on calcule les potentiels:

par ex:

u1=0,u2=-3,u3=-5;v3=5,v1=6;v2=0

puis les coûts marginaux et on trouve

d31=-2 donc la solution proposée n'offre pas le coût minimal.

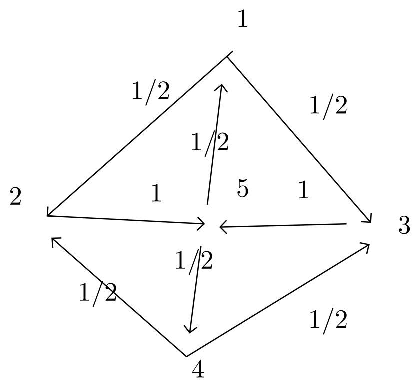
Exercice 2. Promenade sur un réseau (environ 4pts +4 pts+ 2pts)

On considère la chaîne de Markov constituée par le graphe à 5 sommets (1,2,3,4,5) dessiné ci-dessous, avec l'indication des probabilités de passage à partir des différents sommets.

1. Déterminer les classes constituées par les sommets communicants; justifier

2. Préciser si il y a périodicité ou apériodicté; justifier

3. La matrice de transition A vérifie $A^3 = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; déterminer la probabilité, si le système est à l'état 1 à l'instant 0, qu'il soit à l'état 1 à l'instant 30333.



Solution.

1. tous les états communiquent donc irréductible.
2. période 3 ; le cas de 5 est le + simple il faut un multiple de 3 pour revenir
3. donc la suite $(A^3)^n$ est constante et la proba demandée se lit sur la matrice : 1/2

Exercice 3. Le meilleur choix (environ 8ts)

Une société fabrique deux types de biscuits: les mous et les durs, qui sont directement exportés par avion aux USA le jour même de la production.

Les mous assurent un bénéfice net de 4000 Euros par tonne et les durs assurent un bénéfice net de 6000 Euros par tonne.

Les installations ne permettent pas de produire plus de 5 tonnes par jour.

Les moyens de la société ne permettent pas d'utiliser plus d'un avion par jour pour un volume inférieur ou égal à 2100 m^3.

Les biscuits mous occupent 30 m^3 par tonne et les biscuits durs occupent 70 m^3 par tonne.

Déterminer la production quotidienne la plus rentable (la réponse ne sera pas nécessairement un nombre entier de tonnes).

Solution.

1) comme le volume maximal imposé est énorme et la contrainte de production très faible, vous pouvez essayer les solutions sous la forme x=5-y et calculer

2) méthodique;

ceci est un problème de programmation linéaire

maximiser z= 4x+6y sous les contraintes

$$\begin{cases} x+y+a=5 \\ 3x+7y+c=210 \end{cases}$$

on paramétrise (1er tableau)

$$\begin{cases} a=5-x-y \\ b=210-3x-7y \end{cases}, \text{ et z= 4x+6y}$$

entrons x dans la base et sortons a

2 ème tableau

$$\begin{cases} x = 5 - y - a \\ b = 195 - 4y + 3a \end{cases}, \text{ et z= 20+2y-4a}$$

entrons y dans la base et sortons x

3 ème tableau

$$\begin{cases} y = 5 - x - a \\ b = 175 + 4x + 3a \end{cases}, \text{ et z= 30-6x-2a}$$

nous avons trouvé le maximum , il sra atteint pour x=0,a=0, donc y=5

par suite le bénéfice maximal sera 30.000.